

SUPRACONDUCTIVITE

Louis Dumoulin CSNSM Orsay

Introduction

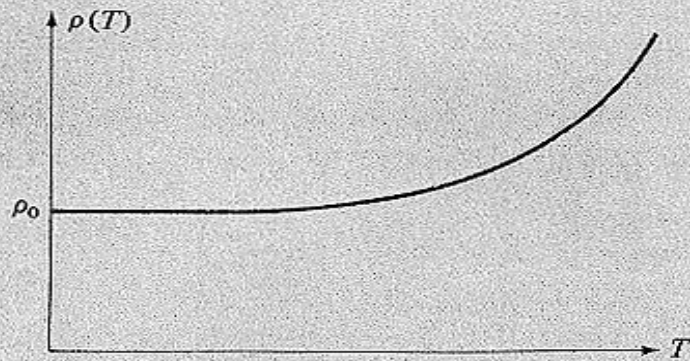
- Phénomène spectaculaire qui a marqué profondément la Physique des Solides
- Une propriété incontournable des très basses Températures
- Une place importante dans les détecteurs cryogéniques
 - utilisation de la transition normal-supra (TES)
 - exploitation de la particularité des excitations (STJ)
 - des dispositifs de mesure ultra-sensibles (SQUID)

Plan

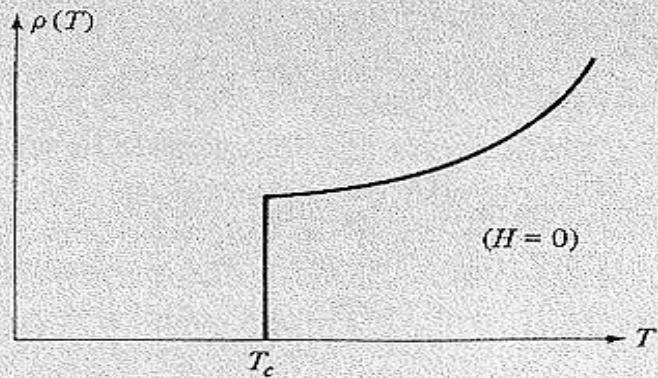
- I- Les propriétés de la transition et les caractéristiques de l'état supraconducteur.
- II- L'état fondamental BCS. Le spectre des excitations dans un supraconducteur: les quasi-particules.
- III- Vérifications expérimentales et applications.
- VI- La cohérence de phase. Effet Josephson et applications.

I- Propriétés fondamentales

A- La conductivité parfaite



(a)



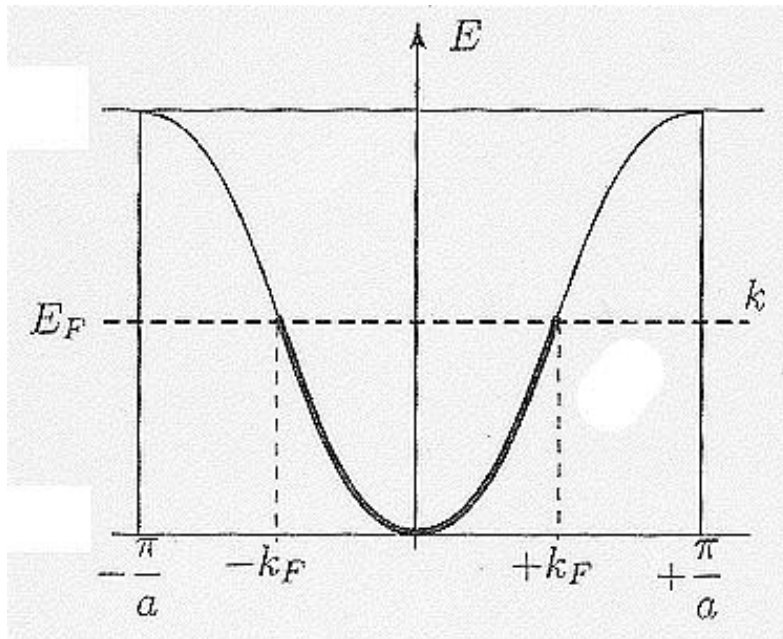
(b)

(a) Low-temperature resistivity of a normal metal ($\rho(T) = \rho_0 + BT^5$) containing nonmagnetic impurities (b) Low-temperature resistivity of a superconductor (in zero magnetic field) containing nonmagnetic impurities. At T_c , ρ drops abruptly to zero.

La découverte de
H. Kamerling Onnes
en 1911

Rappel des propriétés des métaux à l'état normal

-Le modèle des électrons libres



$$\Psi = \Psi_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \quad \text{avec } \hbar\vec{k} = \vec{p} = m\vec{v}$$
$$\text{soit } \vec{v} = \frac{\hbar\vec{k}}{m}$$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$v_F = 10^6 \text{ m/s}$$

$$E = k_B T \quad E = h\nu = \hbar\omega \quad \omega = 2\pi\nu \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Origine de la résistance des métaux normaux

- Dans un potentiel parfaitement périodique, $R = 0$
- Les écarts à la périodicité créent des diffusions. On peut les décrire comme des chocs électron-défauts à la fréquence $1/\tau$

-Modèle de Drude

$$\sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m}$$

$$l = v_F \tau$$

τ = Temps de relaxation

n = nombre de porteurs/volume

l = libre parcours moyen

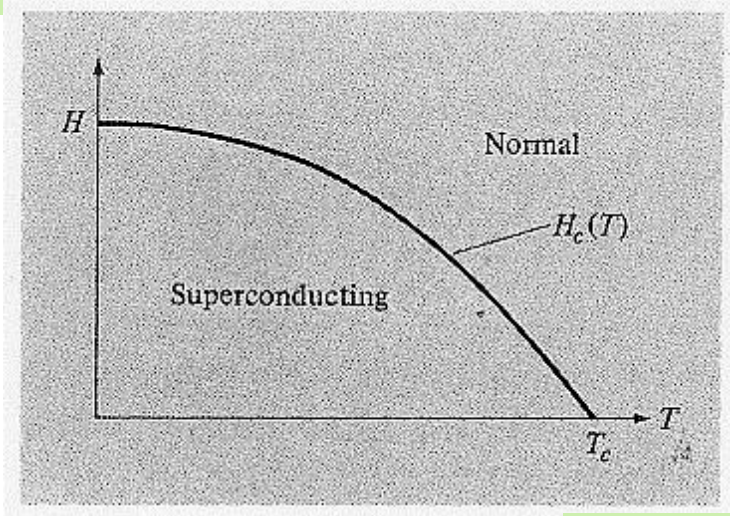
$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau}$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{ph}} + \frac{1}{\tau_{imp}}$$

**La supraconductivité est une réorganisation complète
du gaz électronique**

B- Le diamagnétisme parfait

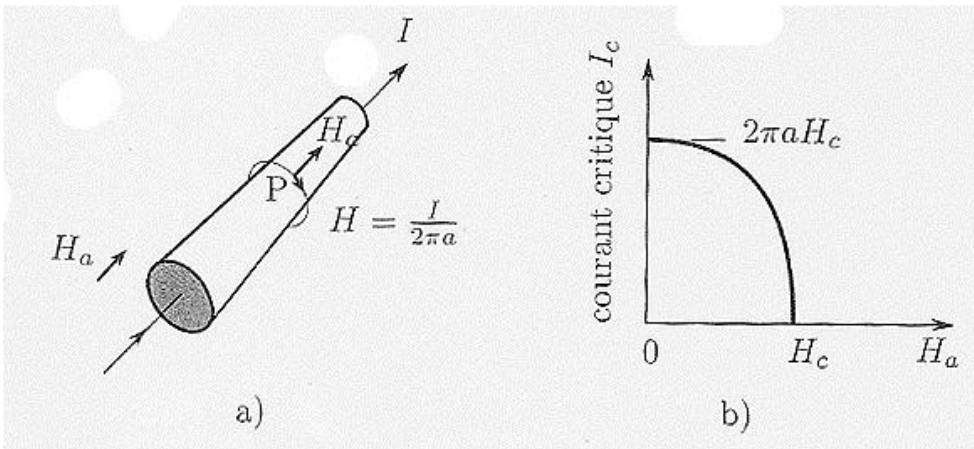
La supraconductivité est sensible aux perturbations magnétiques
a-Champ critique



$$H_c(T) = H_c(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right]$$

(Forme empirique)

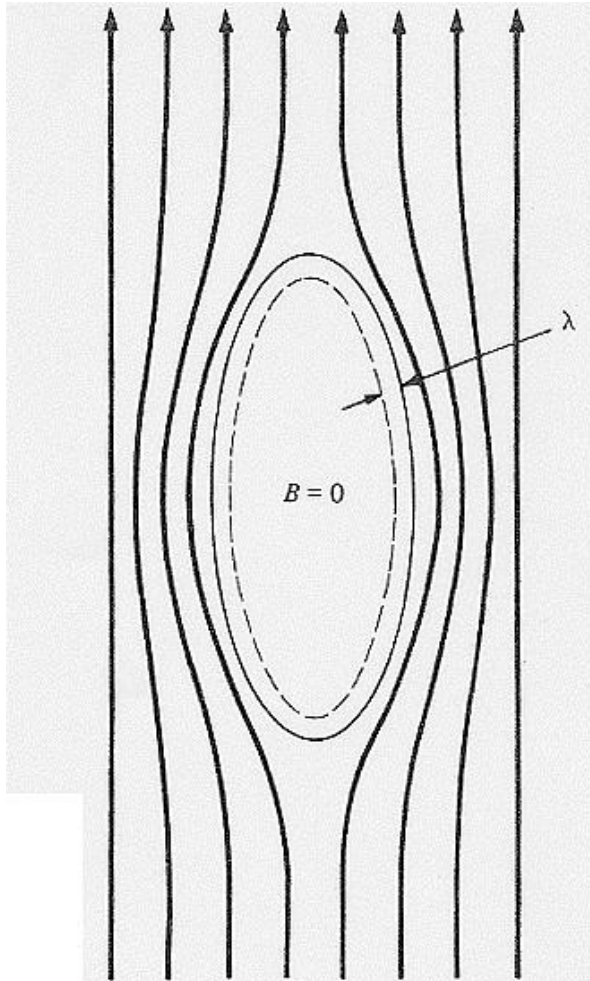
b-Courant critique



$$H_a = I / (2\pi a)$$

Règle de
Silsbee

Effet Meissner-Ochsenfeld



Schematic diagram of exclusion of magnetic flux from interior of massive superconductor. λ is the penetration depth, typically only 500 Å.

- un conducteur parfait s'oppose aux *variations* de flux
- un supraconducteur **expulse le champ magnétique** tant que $H < H_c$

-cela lui coûte une énergie

$$E = \frac{1}{2} \mu_0 H_c^2$$

-il y a donc une « compensation » qui est l'énergie gagnée à créer l'état supraconducteur:

L'énergie de condensation

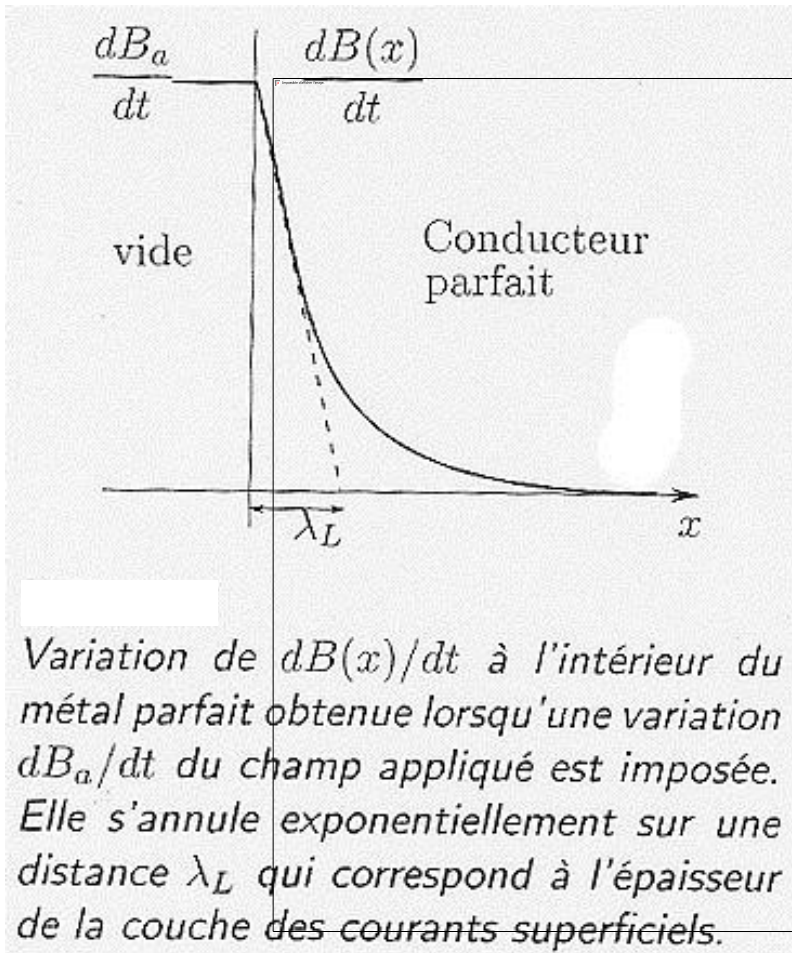
-où passent les supercourants qui écrantent le champ?

-en régime stationnaire $\text{rot } B = \mu_0 J$

- Les courants sont donc confinés à une couche

superficielle d'épaisseur λ la longueur de **pénétration (London) (50 nm)**

La profondeur de pénétration: signification



-pour décrire le supraconducteur, London a proposé de remplacer dB/dt par B dans les équations de Maxwell: **équations de London**

$$\lambda_L^2 = m_0 / n_s e^2 \mu_0$$

λ_L est donc directement liée à la densité des porteurs supraconducteurs n_s

- expérimentalement on mesure $\lambda(T)$

$$\lambda_L(T) = \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^4 \right]^{-1/2}$$

-donc

$$n_s(T) = n(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^4 \right]$$

Le modèle dit « à deux fluides » est utile mais c'est une **représentation incomplète**

C- Origine microscopique de la supraconductivité

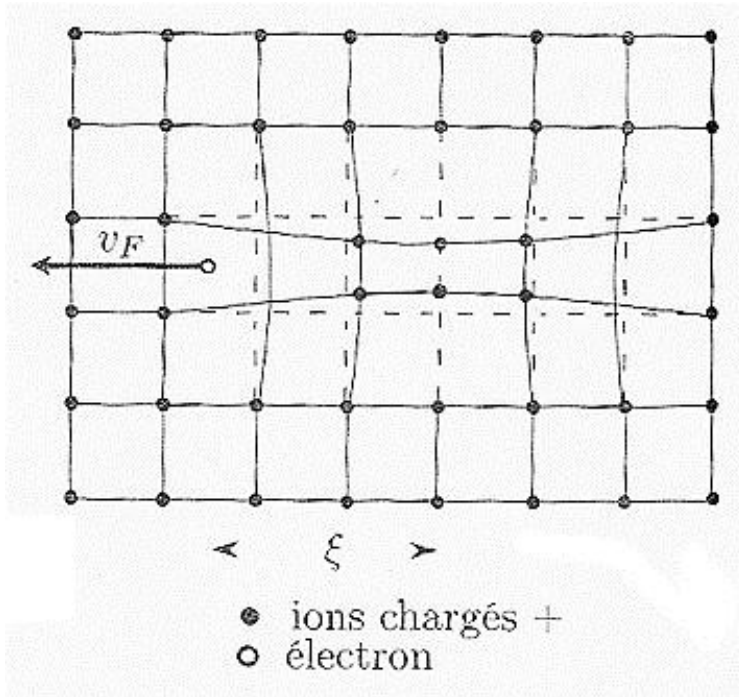
L'origine de la supraconductivité est restée une énigme pendant près de 50 ans, jusqu'à la théorie microscopique de BCS en 1957

a-Paires de Cooper

- Supposons une **interaction attractive entre deux électrons!**
- Gain d'énergie en les associant en paires:
 - de vecteurs d'onde (vitesses) opposés k et $-k$
 - de spins opposés
- le gaz d'électrons (la « mer de Fermi ») est alors instable : il transite vers un

nouvel état quantique

b- Le mécanisme attractif par l'interaction électron-phonon



- La répulsion coulombienne est écrantée
- Le rôle des ions positifs (effet isotopique)
- attraction effective d'un autre électron
- rendu possible car $v_F \gg$ vitesse des ions
- tout le spectre des phonons donc jusqu'à ω_D
- violation de la conservation de l'énergie?
- c'est possible en respectant les relations d'incertitude de la mécanique quantique
- échange de « phonons virtuels »

$$dt dE \cong \hbar$$

$$dE = k_B T_c$$

Pendant le temps dt l'électron a parcouru:
(de l'ordre de 1micron pour l'Al: $T_c=1,2$ K)

$$\xi_0 = av_F dt = a \frac{\hbar v_F}{k_B T_c}$$

ξ_0 et λ sont les deux longueurs fondamentales de la supraconductivité

C-Interprétation de ξ_0 : longueur de cohérence

-on peut dire que c'est la « taille » d'une paire de Cooper

-dans le volume ξ_0^3 il y a les centres de gravité de millions d'autres paires

-du fait de l'indiscernabilité, il y a une corrélation entre *tous* les électrons

On a donc un **état quantique macroscopique** décrit par la fonction d'onde

$$\Psi(r, t) = \Psi(\vec{r}) e^{i\varphi(r, t)}$$

$|\psi(r)|^2$ est la densité de paires au point r

La phase φ sera gouvernée par les courants et les champs

En présence de perturbation, ξ_0 donne l'échelle de variation de

$$|\psi(r)|^2$$

Quantification du flux

Donc, dans un supraconducteur:

-le courant est porté par des paires de Cooper

-l'énergie cinétique d'une paire est nulle (k et $-k$). On peut donc considérer que les paires sont condensées au niveau de Fermi (ce qui est possible car ce sont des « bosons » (spin nul)

-l'ensemble est décrit par une fonction d'onde:

$$\Psi(r, t) = \Psi(\vec{r}) e^{i\varphi(r, t)}$$

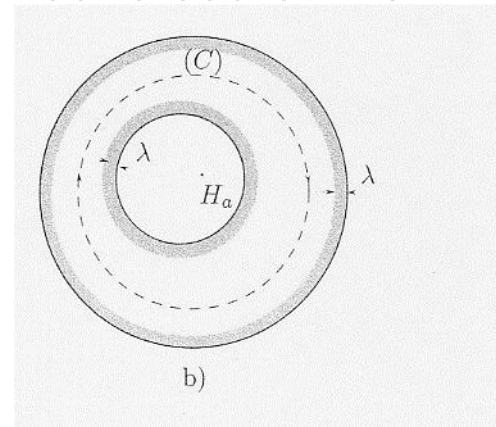
-Imaginons un contour fermé (C) entourant un trou à l'intérieur d'un supraconducteur massif où le courant = 0

On doit respecter:

$$\oint_{(C)} \overrightarrow{\text{grad}} \varphi \cdot \overrightarrow{dl} = 2n\pi$$

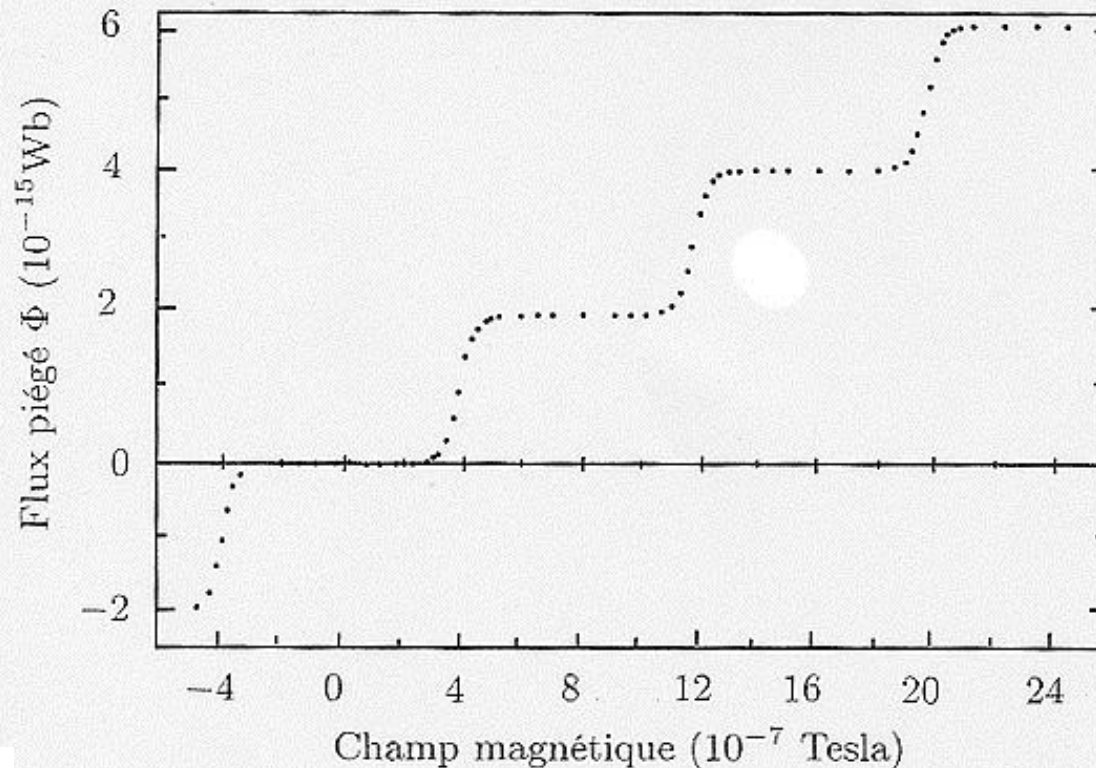
$$\Phi = n\Phi_0$$

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e}$$



Le flux qui pénètre un supraconducteur est quantifié

Quantification du flux



Le flux piégé dans un cylindre d'étain supraconducteur a été mesuré en déterminant le champ magnétique sur l'axe du cylindre. La valeur du flux piégé dans le cylindre, est reportée en fonction du champ magnétique dans lequel a été refroidi le tube d'étain. (D'après W.L. Goodman et al., Phys. Rev. B4, 1530 (1971).

II- L'état fondamental BCS et les excitations

A-Démarche et approximations: la théorie microscopique de

J.Bardeen, L.N.Cooper et J.R.Schrieffer *Phys.Rev.***108**, 1175 (1957)

1- Construction d'une fonction d'onde

$$\Psi_{BCS} = \prod_k \left(u_k + v_k e^{i\varphi} c_{k\uparrow}^+ c_{-k\downarrow}^+ \right) \Psi_{Fermi}$$

v_k^2 est la probabilité d'occupation de l'état de paire $k, -k$

u_k^2 la probabilité qu'il soit vide. Donc $u_k^2 + v_k^2 = 1$

2- Construction de l'Hamiltonien de paires

-approximation « de champ moyen »

-prendre le niveau de Fermi comme origine $\xi_k = \varepsilon_k - E_F$

-Choisir la forme du potentiel attractif dû à l'interaction elec-phonon

$$V_{k,l} = \begin{cases} V & \text{si } |\xi_k| < \hbar\omega_D \\ 0 & \text{si } |\xi_k| > \hbar\omega_D \end{cases}$$

3- Calculer l'état fondamental par la méthode variationnelle

Le calcul fait apparaître les paramètres

$$\Delta = 2\hbar\omega_D e^{-\frac{1}{N_0 V}}$$

$$E_k = \sqrt{\Delta^2 + \xi_k^2}$$

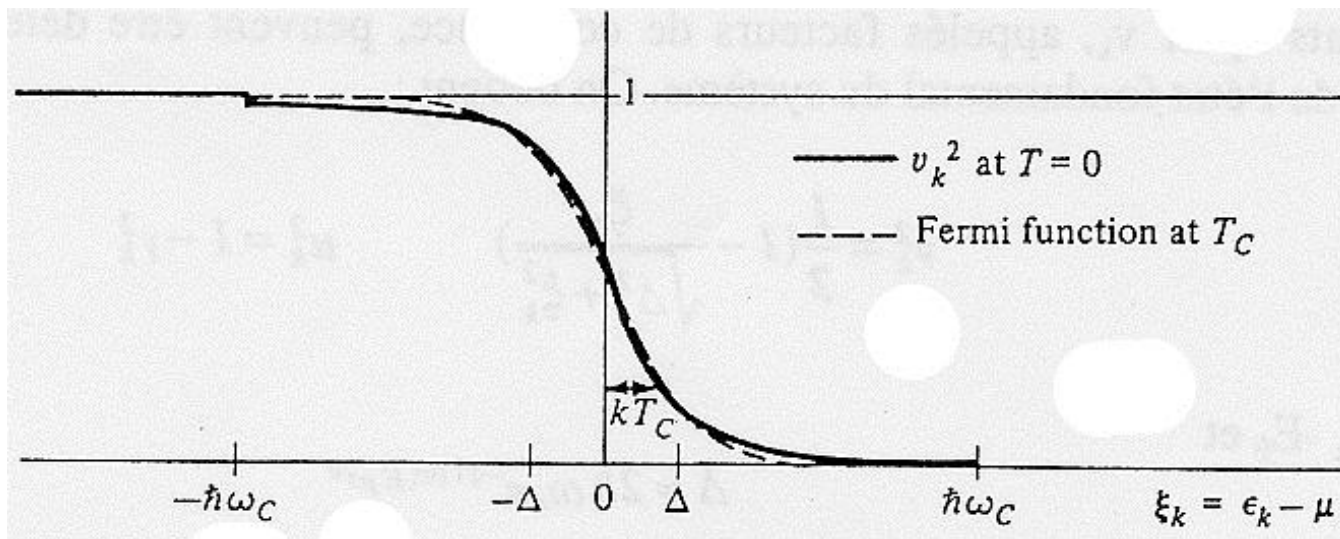
N_0 est la densité électronique au niveau de Fermi *du métal normal*

V est le « potentiel attractif BCS » défini précédemment

Limite BCS « de couplage faible »: $N_0 V \ll 1$

On obtient la probabilité d'occupation de la paire $k, -k$

$$v_k^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\xi_k}{\sqrt{\Delta^2 + \xi_k^2}} \right]$$



B- Les excitations dans un supraconducteur

1-Etat fondamental et énergie de condensation

$$E_{\text{supra}} - E_{\text{normal}} = -1/2 N_0 \Delta^2 = -1/2 \mu_0 H_c^2$$

=Nombre de paires dans Δ multiplié par Δ

- Donc Δ apparaît comme l'ordre de grandeur de *l'énergie de condensation c'est-à-dire l'énergie gagnée par la formation d'une paire*
- 2-Les états d'excitation possibles ξ_k du métal normal sont « transposés » (un à un) dans le supraconducteur à l'énergie:

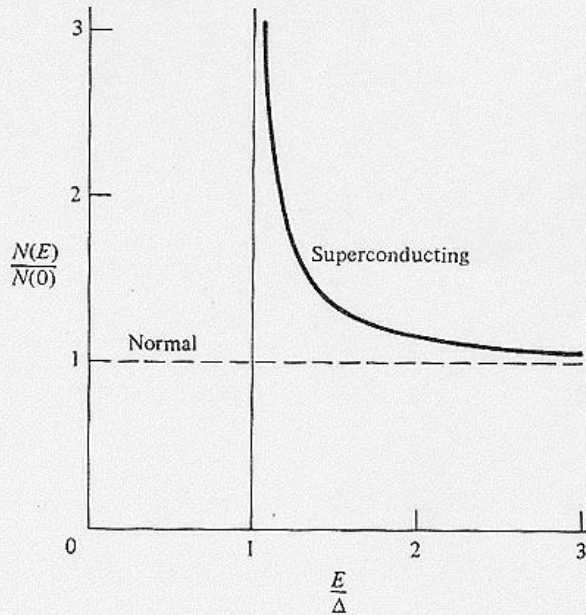
$$E_k = \sqrt{\Delta^2 + \xi_k^2}$$

- Δ a donc aussi la signification d'un gap dans les excitations

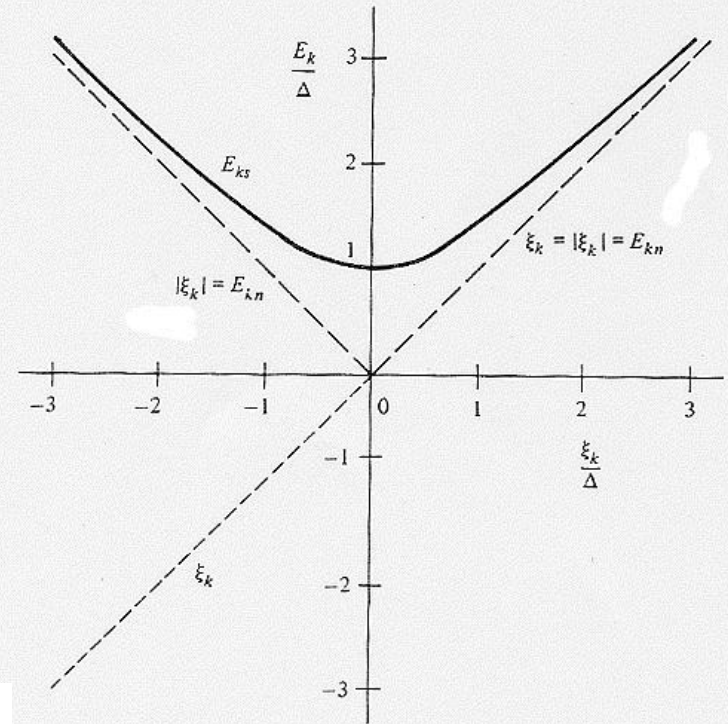
-La densité des états d'excitation en fonction de l'énergie est

$$\frac{N_s(E)}{N(0)} = \begin{cases} \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} \\ 0 \quad \text{si } E < \Delta \end{cases}$$

Quasi particules



Density of states in superconducting compared to normal state. All k states whose energies fall in the gap in the normal metal are raised in energy above the gap in the superconducting state.



Energies of elementary excitations in the normal and superconducting states as functions of ξ_k , the independent-particle kinetic energy relative to the Fermi energy.

- Comparaison avec les semi-conducteurs Δ ou 2Δ ?
- Pourquoi « quasi-particules » et pas « électrons » ?
- Importance des « facteurs de cohérence ». Une excitation E_k est une combinaison des états « électrons » et des états « trous » du normal u_k^2 électron et v_k^2 trou. $u_k^2 = 50\%$ si $E = \Delta$ mais $u_k^2 = 93\%$ si $E = 2\Delta$

C-Températures finies

Les quasiparticules sont des fermions la probabilité d'occupation de E_k est

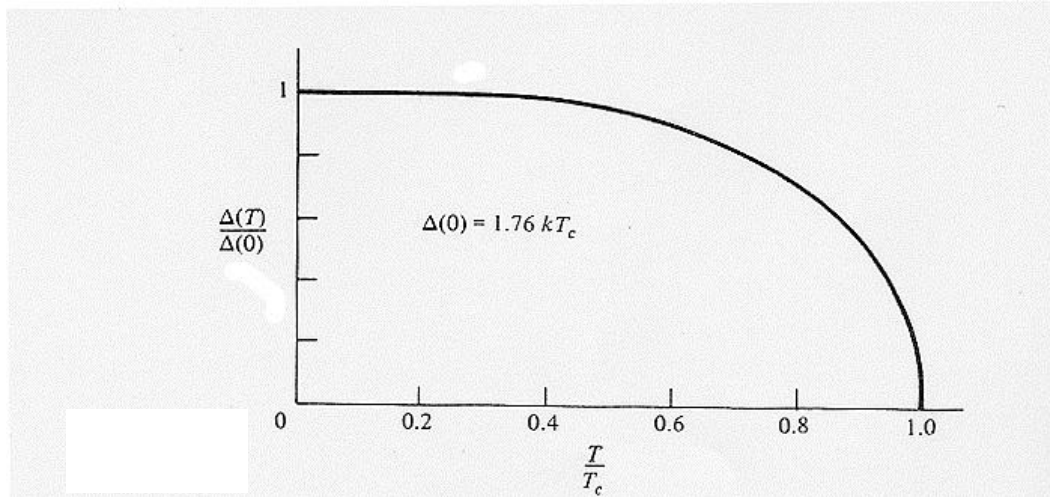
$$f(E_k) = \left(e^{\beta E_k} + 1 \right)^{-1}$$

$$\beta = 1/k_b T$$

On peut alors recalculer Δ numériquement

Près de T_c

$$\frac{\Delta(T)}{\Delta(0)} \approx 1,74 \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)^{1/2}$$



Rappels

$$\Delta(0) = 2\hbar\omega_D e^{-\frac{1}{N_0V}}$$

$$\xi_0 = \frac{\hbar v_F}{\pi\Delta(0)}$$

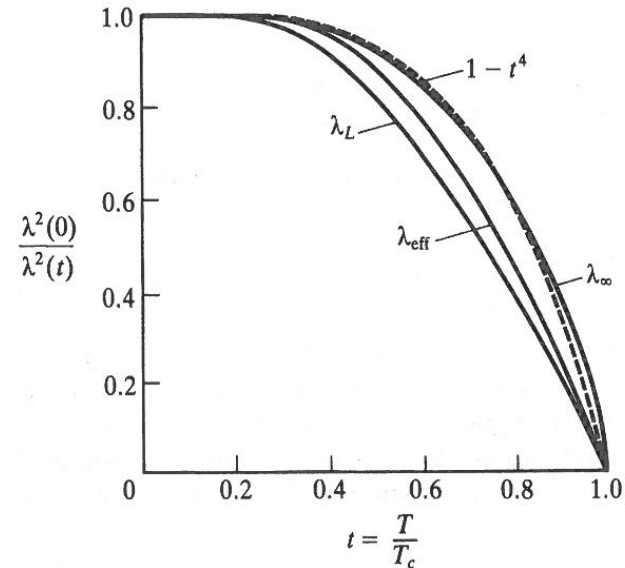
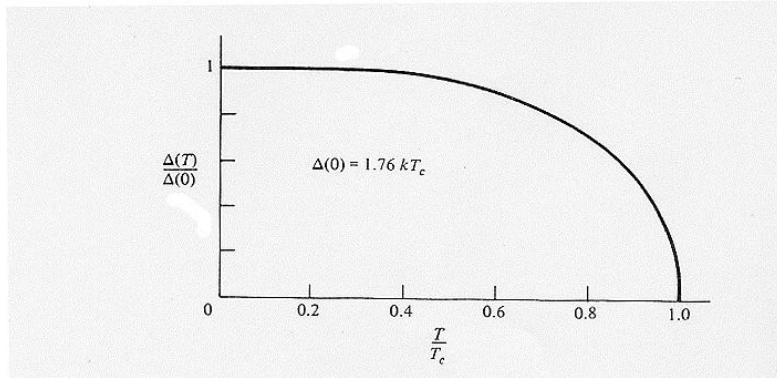
La Température critique est obtenue pour $\Delta(T) = 0$

$$\Delta(0) = 1,764 k_b T_c$$

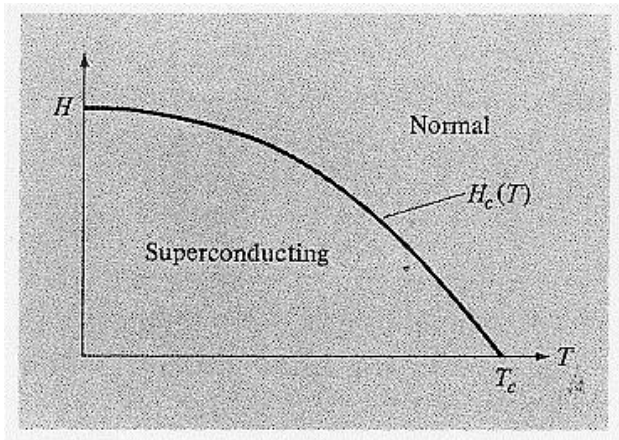
$$k_B T_C = 1,14 \hbar \omega_D e^{-\frac{1}{N_0 V}}$$

$\xi(T)$ diverge à T_c

Températures finies. Récapitulatif.



Δ : courbe universelle pour tous les Supra à couplage faible



Près de T_c : Théorie de Ginsburg-Landau

$$\xi(T) = 0.74 \xi_0 \left(\frac{T_c}{T_c - T} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\lambda(T) = \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda_L(0) \left(\frac{T_c}{T_c - T} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\kappa = \frac{\lambda(T)}{\xi(T)} = 0.96 \frac{\lambda_L(0)}{\xi_0} \quad 18$$

$$\xi_0 = \frac{\hbar v_F}{\pi \Delta(0)}$$

$$\lambda_L^2 = m_0 / n_s e^2 \mu_0$$

D- Rôle du libre parcours moyen / Supraconductivité et désordre

Rappel. A l'état normal:

$$\sigma_n = \frac{ne^2\tau}{m}$$

$$l = v_F \tau$$

A l'état supracoducteur $\sigma=0$ mais les électrons

subissent les mêmes diffusions

-Les fonctions d'onde k et $-k$ **ne sont plus une base correcte**: les électrons sont décrits par des fonctions d'onde « diffusives »

-Si les impuretés sont **non magnétiques**, chacune de ces fonctions a sa **symétrie par « renversement du temps**, elles peuvent décrire une paire

-Si $k_F l \gg 1$ **pas d'effet sur T_c** C'est le **théorème d'Anderson** (1959)

-Lorsque $K_F l$ tend vers 1: **localisation forte** Le « métal » devient un « isolant d'Anderson », $R(T=0)$ tend vers l'infini.

-La supraconductivité est néanmoins possible dans certaines conditions. On observe alors une transition directe **Supraconducteur-Isolant**

Rôle du libre parcours moyen

-Donc, pas d'effet sur **la T_c ou sur le gap Δ**

-mais un effet remarquable sur les **longueurs caractéristiques**

Modèle de Pippard

$$\frac{1}{\xi} = \frac{1}{\xi_0} + \frac{1}{l}$$

$$T \ll T_c \text{ et } \lambda \ll \xi$$

Ginsburg-Landau (près de T_c)

$$\xi(T) = 0.855(\xi_0 l)^{\frac{1}{2}} \frac{T_c}{(T_c - T)^{\frac{1}{2}}}$$

Par définition,
Supraconducteur « sale »

$$\text{si } l < \xi_0$$

$$\lambda(T) = 0.64\lambda_L(0) \left(\frac{\xi_0}{l} \frac{T_c}{T_c - T} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\kappa(l) = \frac{\lambda(T)}{\xi(T)} = 0.715 \frac{\lambda_L}{l}$$

(Paramètre de Ginsburg-Landau)

Sur le sens de ξ , longueur de cohérence

Rappel: ξ_0 s'introduit naturellement par les relations d'incertitude

$$\Delta t \Delta E = h/2\pi \text{ avec } \xi_0 = V_F \Delta t \text{ et } \Delta E = k_B T_C \quad \xi_0 = 0.18 \frac{h/2\pi V_F}{K_B T_C}$$

- Les équations de London sont des équations « locales »
- Pippard: dans un supraconducteur les propriétés (J) en un point intègrent les conditions appliquées (E) sur une distance ξ_0

Par exemple $\lambda_{eff} = \left(0.62 \lambda_L^2 \xi_0\right)^{\frac{1}{3}}$ Valable pour $\lambda_{eff} < \xi_0$

Près de T_c la formulation BCS est bien décrite par Ginsburg-Landau
La longueur de cohérence apparaît clairement comme la longueur minimale nécessaire pour faire varier la fonction d'onde $\langle \psi \rangle^2 = n_s$

On a donc $\xi_{eff} = \left(\xi_0 l\right)^{\frac{1}{2}}$

Les supraconducteurs « sales » ont un caractère Plus « local ». En ce sens, ils sont plus simples

E-Deux types de supraconducteurs

Bilan énergétique à l'interface N/S provoquée par un champ magnétique

Expulser le champ coûte

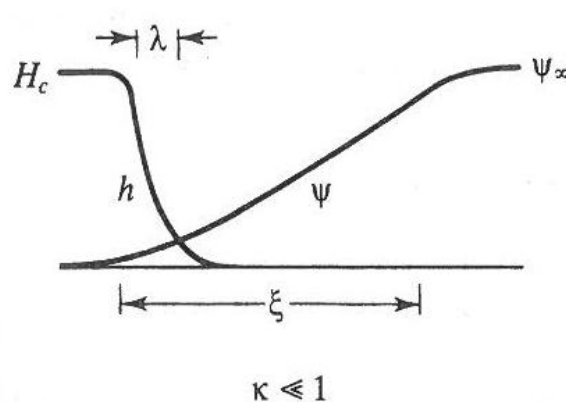
$$\frac{1}{2} \mu_0 H^2$$

Sur une profondeur λ

Supprimer les paires coûte l'énergie de condensation

$$\frac{1}{2} N_0 \Delta^2 = \frac{1}{2} \mu_0 H_c^2$$

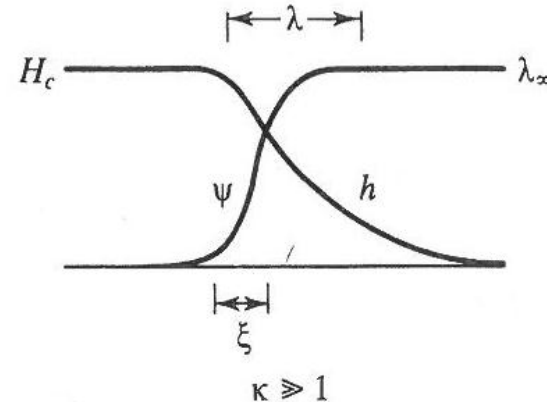
Sur une profondeur de l'ordre de ξ



Première espèce (ou Pippard)

$$\lambda \ll \xi \text{ ou } \kappa \ll 1$$

Minimiser les interfaces



Deuxième espèce

$$\lambda \gg \xi \text{ ou } \kappa \gg 1$$

Multiplier les interfaces

K est le paramètre de Ginsburg-Landau

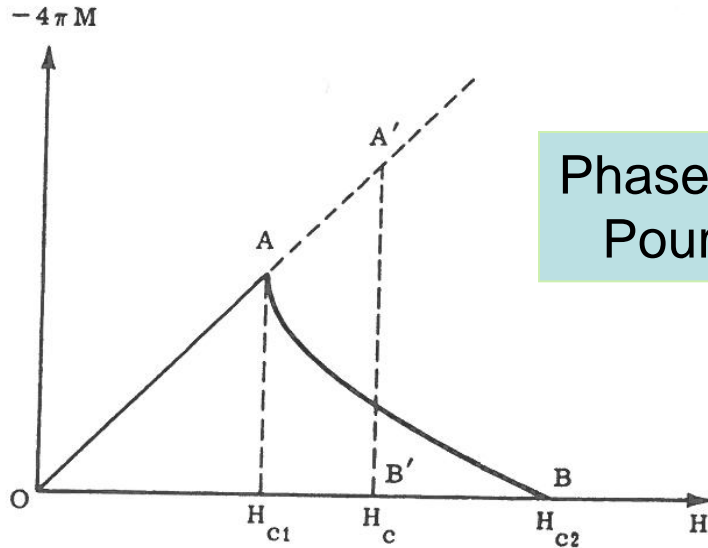
$$\kappa_{critique} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Rappel:
Cas « sale »

$$\kappa(l) = 0.715 \frac{\lambda_L}{l}$$

Deux types de supraconducteurs

Champs critiques



Phase de Schubnikov
Pour $H_{c1} < H < H_{c2}$

Aimantation en fonction du champ

$$H_c(T) = \frac{\Phi_0}{2\sqrt{2}\pi\mu_0\lambda\xi}$$

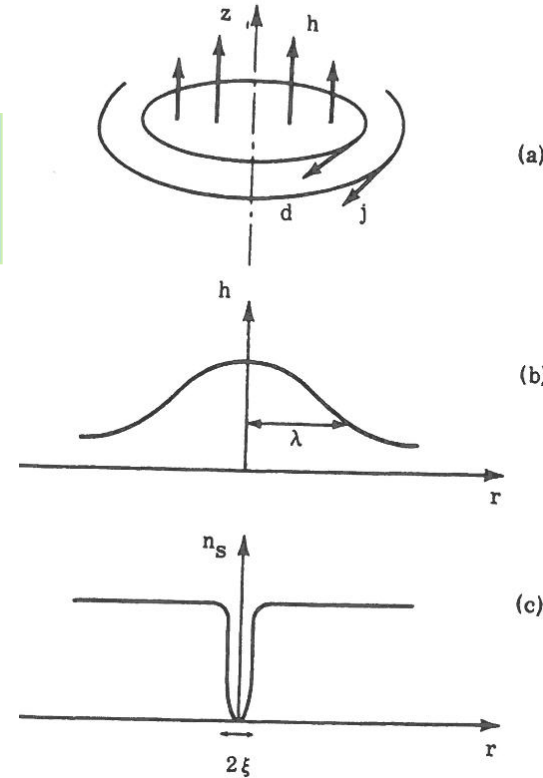
(Champ critique
Thermodynamique)

$$H_{c1} = \frac{\Phi_0}{4\pi\mu_0\lambda^2} \ln\left(\frac{\lambda}{\xi}\right)$$

Champ de
« première pénétration »

$$H_{c2} = \frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0\xi^2}$$

Champ critique supérieur



J

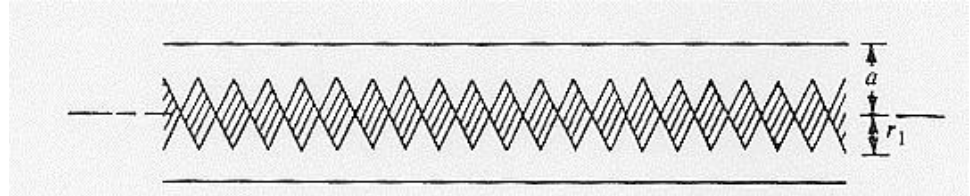
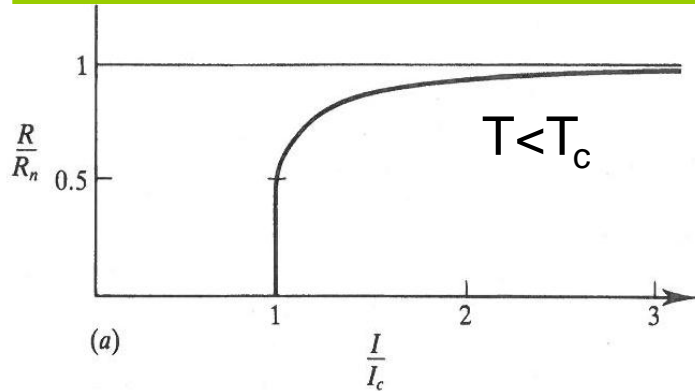
H

N_s

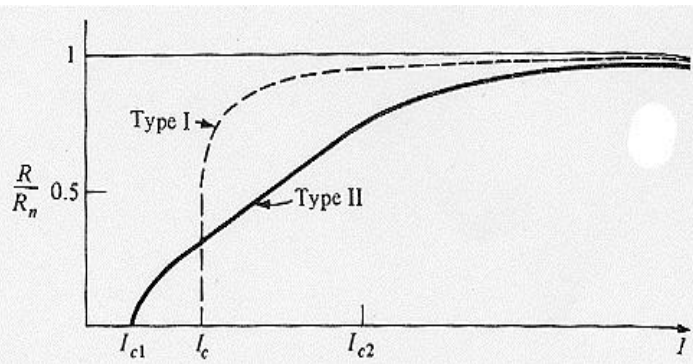
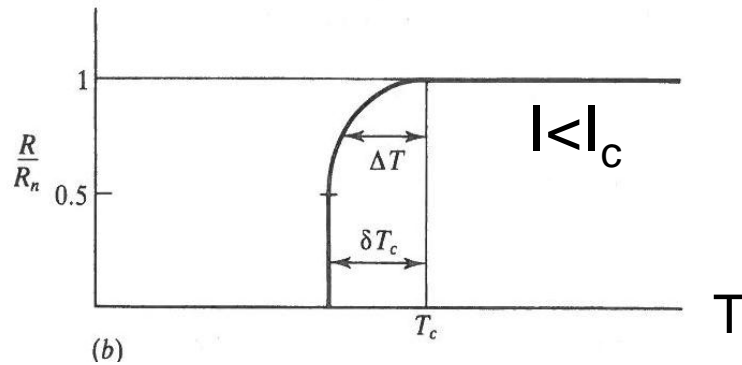
Structure d'un vortex
 $\Phi_0 = h/2e = 2.07 \times 10^{-15} \text{ T.m}^2$

Deux types de supraconducteurs

Courants critiques



Type 1. Au-delà de H_c ou de I_c
Etat intermediaire $R > 0$



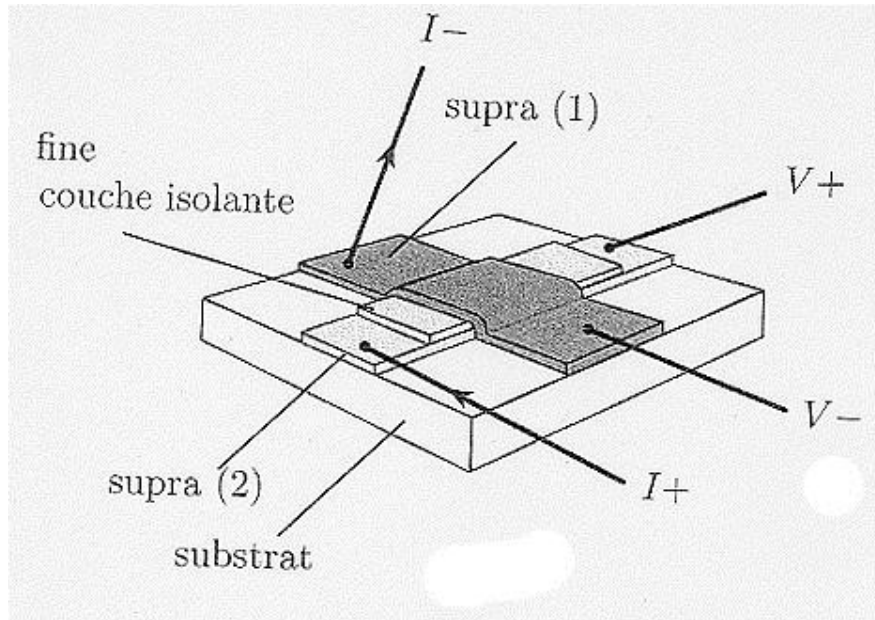
Type 2. Au-delà de H_{c1} ou I_{c1} Etat mixte
Ou état de vortex ou phase de Schubnikov
Vortex libres: $R > 0$ (dissipation)
Vortex piégés: $R = 0$ Applications
électrotechniques

III-Vérifications et applications des propriétés fondamentales

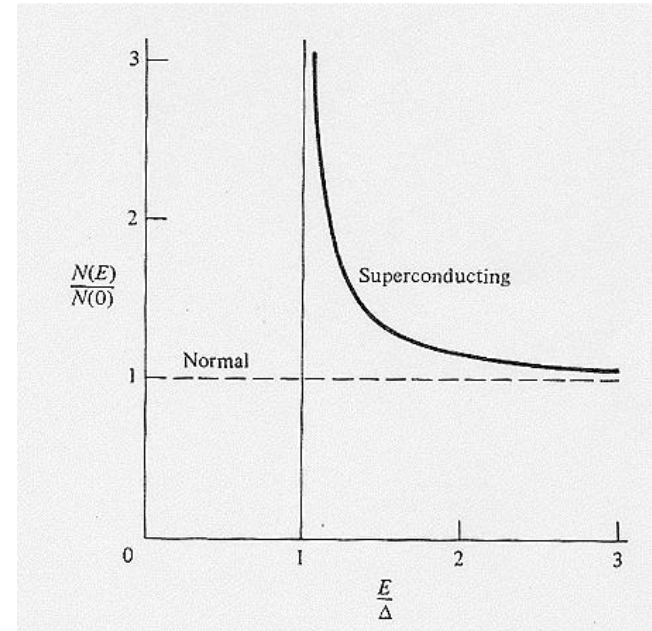
- III-A Effet tunnel
- III-B Chaleur spécifique
- III-C Conductivité thermique
- III-D Absorption micro onde. Inductance cinétique.
- III-D Relaxation des quasi-particules

III-A-Effet tunnel

Dispositif experimental



Densité d'états de quasi-particules
Dans un supraconducteur à T=0



Courant tunnel à T finie

$$f(E_k) = \left(e^{\beta E_k} + 1 \right)^{-1}$$

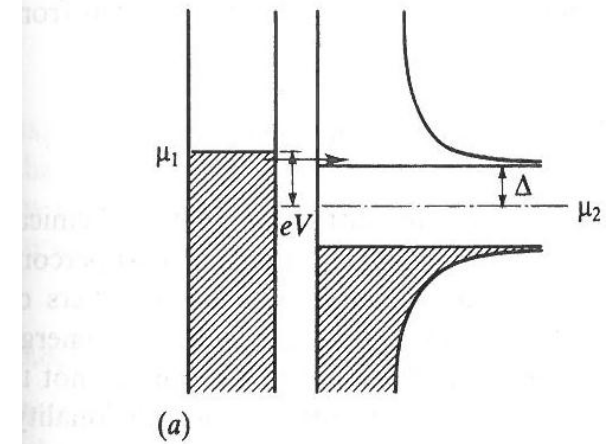
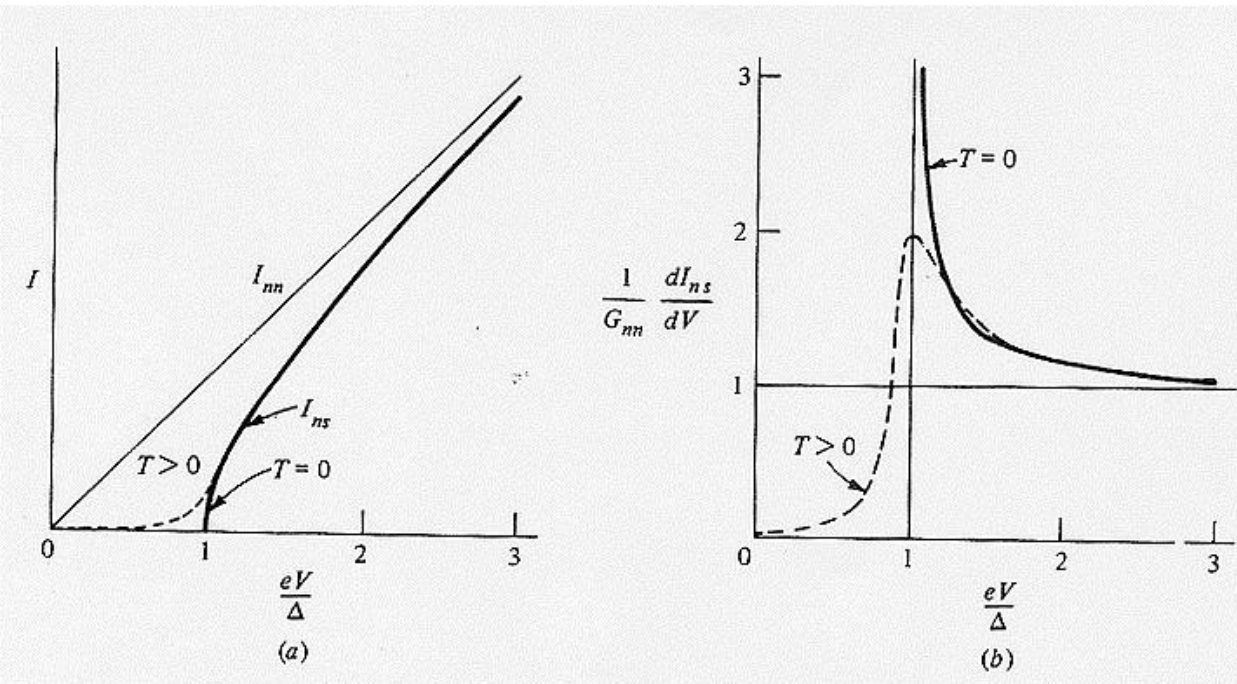
$$\beta = 1/k_b T$$

$$I = cste \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{N_s(E)}{N(0)} [f(E) - f(E + eV)] dE$$

A T=0

$$T = 0 \left(\frac{dI}{dV} \right)_S / \left(\frac{dI}{dV} \right)_N = \frac{N_s}{N_0}$$

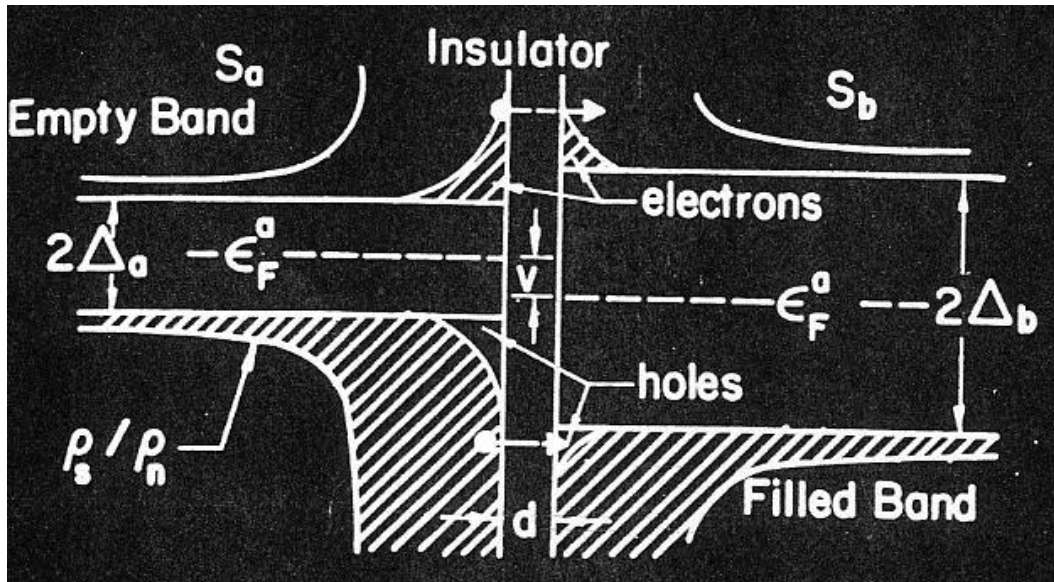
Effet Tunnel



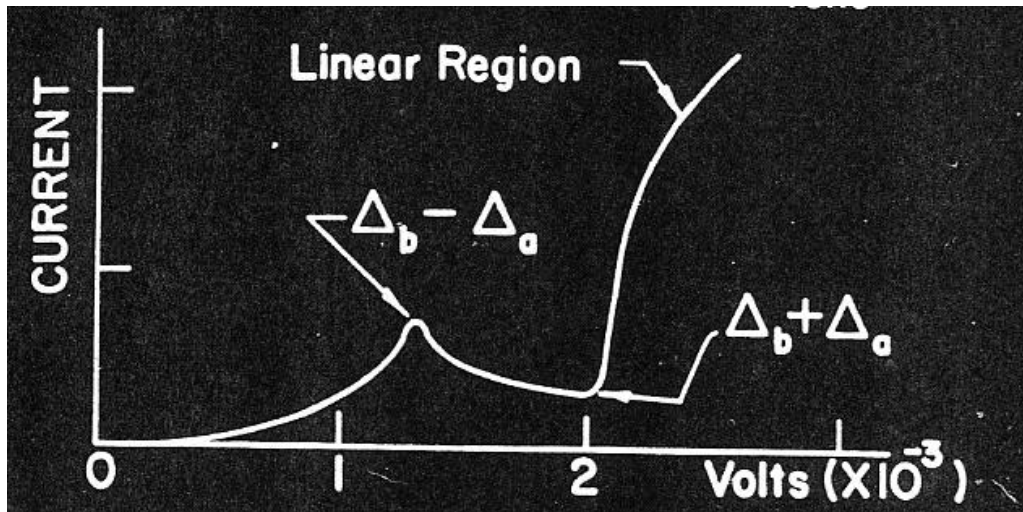
$$\frac{N_s(E)}{N(0)} = \begin{cases} \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} \\ 0 \quad \text{si } E < \Delta \end{cases}$$

- Effet tunnel de quasi-particules
- excellente vérification de BCS pour les supra « couplage faible »
- application aux détecteurs (STJ)

Effet tunnel entre deux supraconducteurs

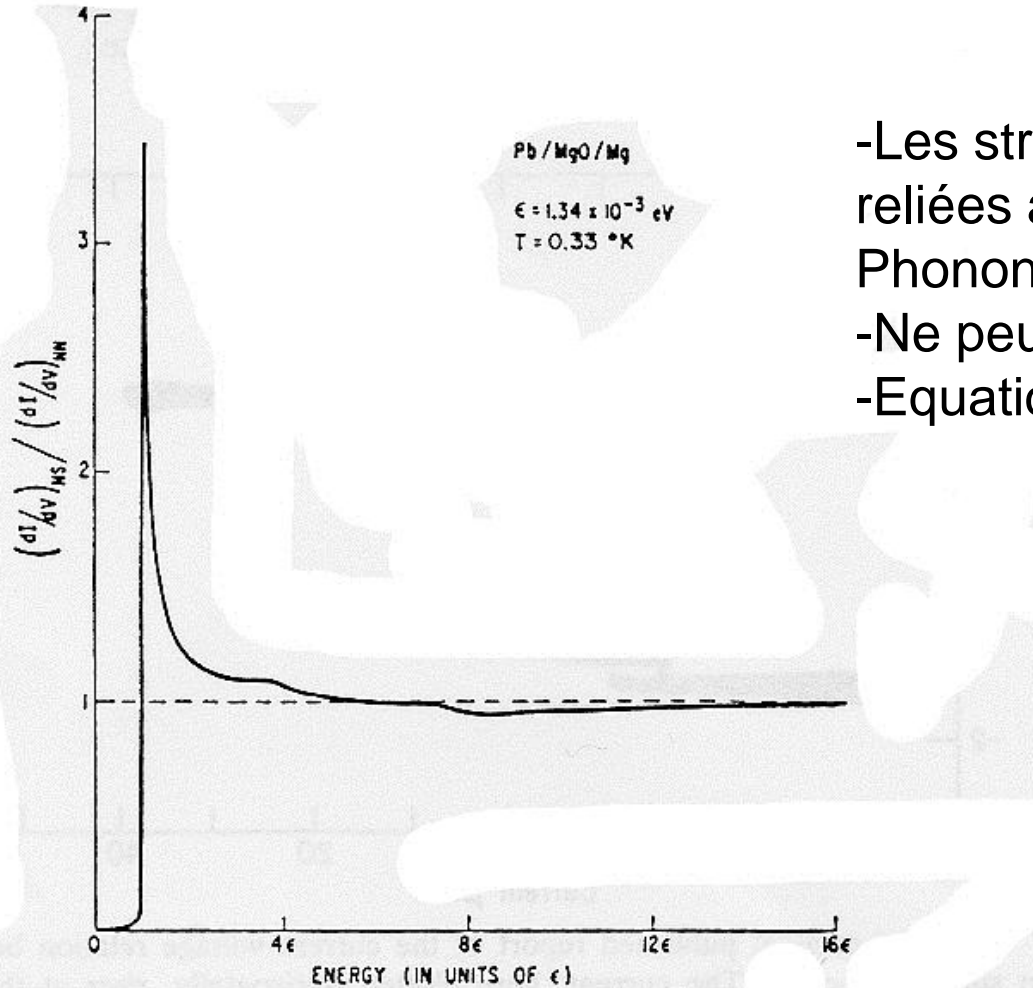


Représentation en « semiconducteur » à Température finie



Courant tunnel observé

Effet tunnel: supraconducteurs à couplage fort

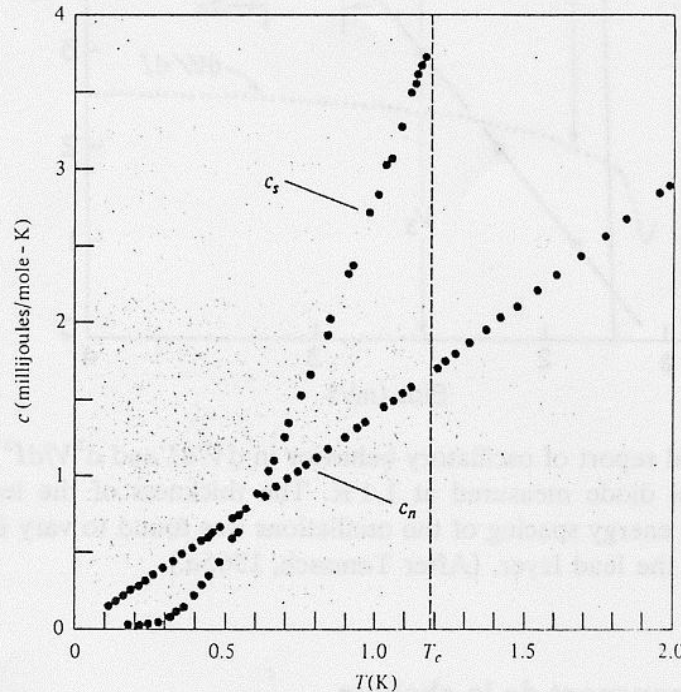


- Les structures au dessus du gap sont reliées aux structures du spectre de Phonons.
- Ne peut pas être décrit par BCS
- Equations d'Eliashberg

Pour ces supraconducteurs:
 $\Delta > 1,76 k_b T_c$

Differential conductance of a Pb-Mg junction vs. voltage, showing the superconducting density of states of Pb (64).

III-B Chaleur spécifique

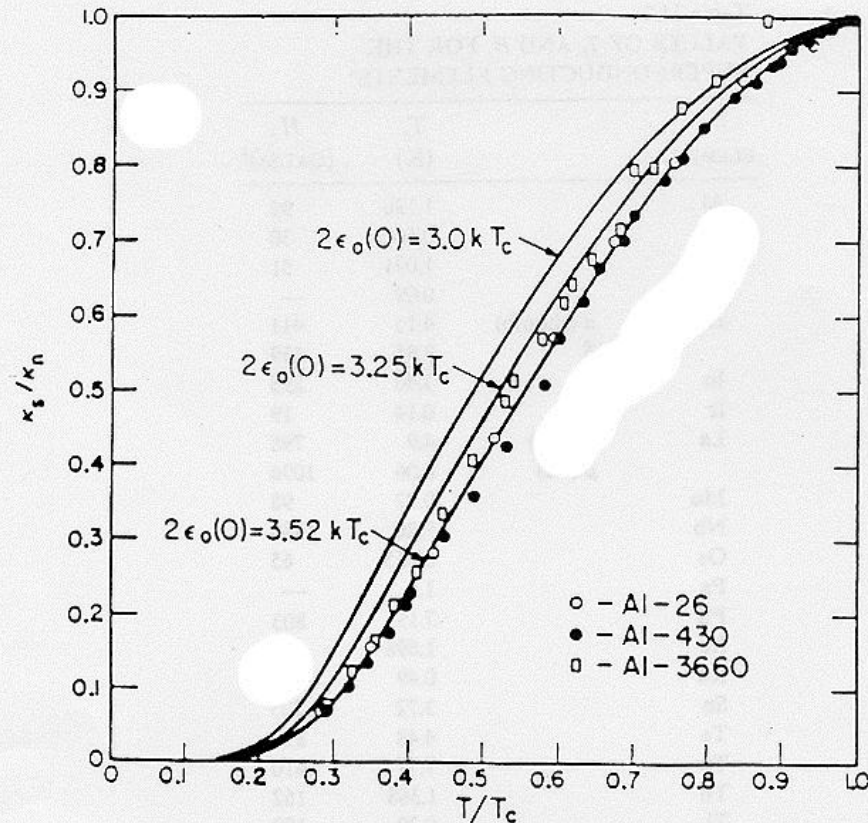


Low-temperature specific heat of normal and superconducting aluminum. The normal phase is produced below T_c by application of a weak (300-gauss) magnetic field, which destroys the superconducting ordering but has otherwise negligible effect on the specific heat. The Debye temperature is quite high in aluminum, so the specific heat is dominated by the electronic contribution throughout this temperature range (as can be seen from the fact that the normal-state curve is quite close to being linear). The discontinuity at T_c agrees well with the theoretical prediction (34.22) $[c_s - c_n]/c_n = 1.43$. Well below T_c , c_s drops far below c_n , suggesting the existence of an energy gap. (N. E. Phillips, *Phys. Rev.* **114**, 676 (1959).)

Application intéressante pour faire des absorbeurs
de faible capacité calorifique

Attention: un excès de chaleur spécifique à T_c (cas des TES)

III-C Conductivité thermique



Measured ratio of the superconducting to the normal thermal conductivity for aluminium. The theoretical curves are shown for the indicated values of the gap width $2\Delta(0)$ at $T=0$. [After Satterthwaite (153).]

- Les paires de Cooper ne transportent pas d'entropie
- La conductivité thermique est assurée par les QP
- Applications en cryogénie: un « isolant thermique » de résistance électrique nulle

III-D Comportement micro-onde.

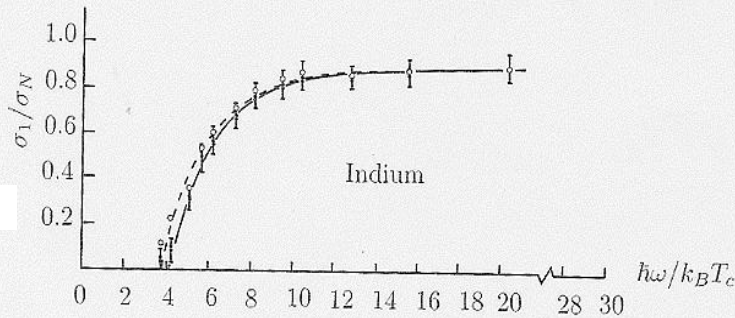
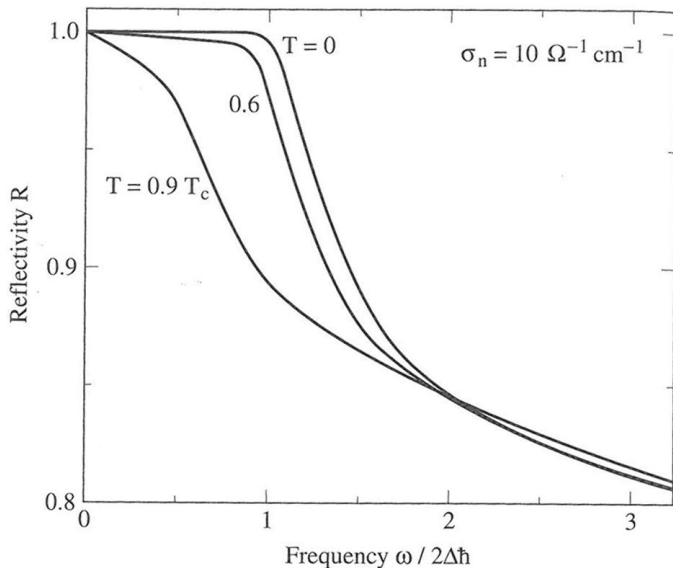


Figure 5.
Mesures de l'absorption micro-onde en fonction de la fréquence dans l'indium supraconducteur pour $T \ll T_c$. L'absorption normalisée à celle mesurée dans l'état normal est reportée en fonction de la fréquence normalisée à la température critique. Un seuil d'absorption est observé pour $\hbar\omega \sim 3.8k_B T_c$. (D'après D.M. Ginsberg et M. Tinkham, *Physical Review*, 118, 990 (1960)).



A $T=0$
On observe une absorption
avec un seuil vers $2 \times 1,76 k_B T_c$
Soit 2Δ

En effet $h\nu$ doit créer 2 QP
(Dans un semi-conducteur
l'absorption commence à
 $h\nu > \text{gap}$)

Un supraconducteur est parfaitement
réfléchissant (à $T=0$) pour $h\nu < 2\Delta$
(pour $h\nu < \text{gap}$, un semi-conducteur
est transparent)

Conductivité complexe. Modèle à deux fluides ($h\nu \ll \Delta$)

-Nous avons vu que pour $T > 0$ étaient créés des QP par excitation thermique qui se comportent comme des électrons « normaux » avec une densité n_n et un temps de collision τ_n

-à cette température la densité de paires n_s est reliée à

$$\lambda = \left(\frac{m}{\mu_0 n_s e^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

-Les paires constituent les porteurs supraconducteurs donc $\tau_s \rightarrow \infty$

-La conductivité $\sigma = \sigma_1 - i\sigma_2$ résulte des conductivités des deux types de porteurs en parallèle $\sigma_s + \sigma_n$

-On suppose que chacune est donnée par un modèle de Drude ($i=n$ ou s)

$$\sigma_i(\omega) = \frac{n_i e^2 \tau_i}{m(1 + i\omega\tau_i)} \quad \text{avec} \quad n_n \approx e^{-\frac{\Delta}{kT}} \quad \text{ou} \quad \left(\frac{n_s}{n_n} = \frac{1-t^4}{t^4} \right) \quad \left(t = \frac{T}{T_c} \right)$$

-Alors

$$\sigma_1(\omega) = \frac{\pi n_s e^2}{2m} \delta(\omega) + \frac{n_n e^2 \tau_n}{m}$$

$$\sigma_2(\omega) = \frac{n_s e^2}{m\omega}$$

Conductivité complexe. Commentaires

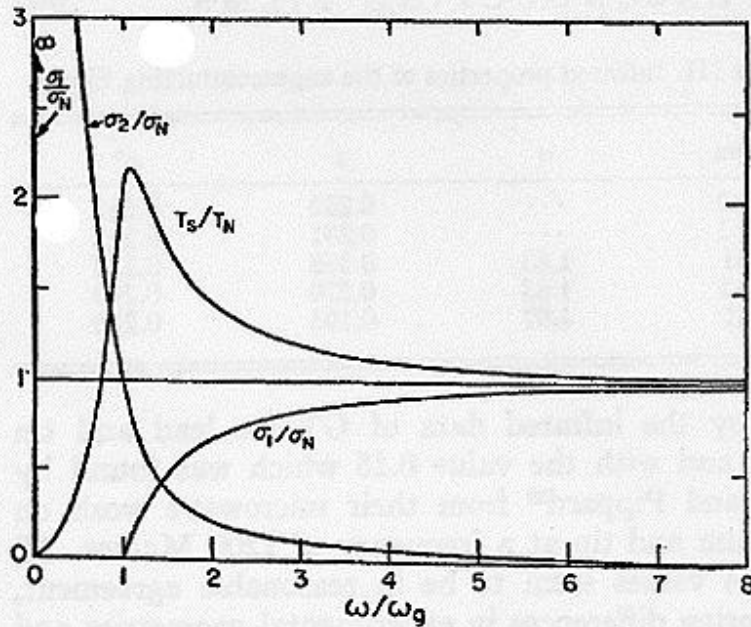


FIG. 10. Frequency dependence of σ_1/σ_N , σ_2/σ_N , and T_S/T_N according to the calculation of Mattis and Bardeen. The transmission curve is for a film resistance $377/(n+1)$ ohms per square, where n is the refractive index of the substrate.

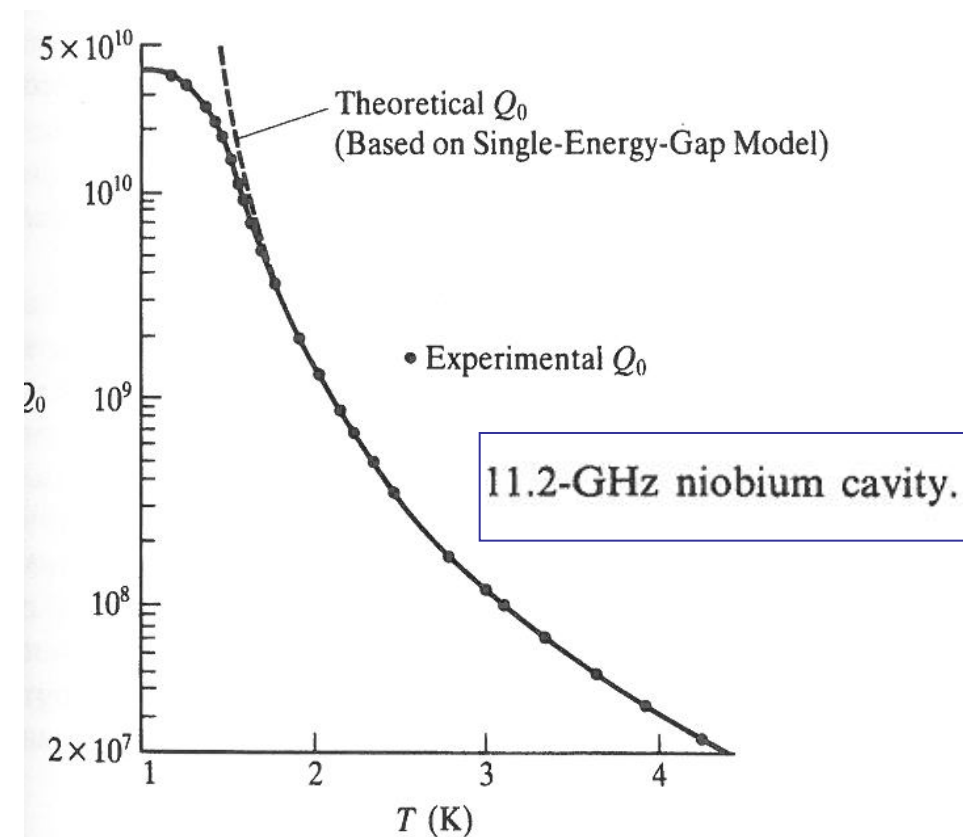
$$\sigma_2(\omega) = \frac{n_s e^2}{m\omega}$$

(Le calcul BCS a été donné par Mattis et Bardeen)

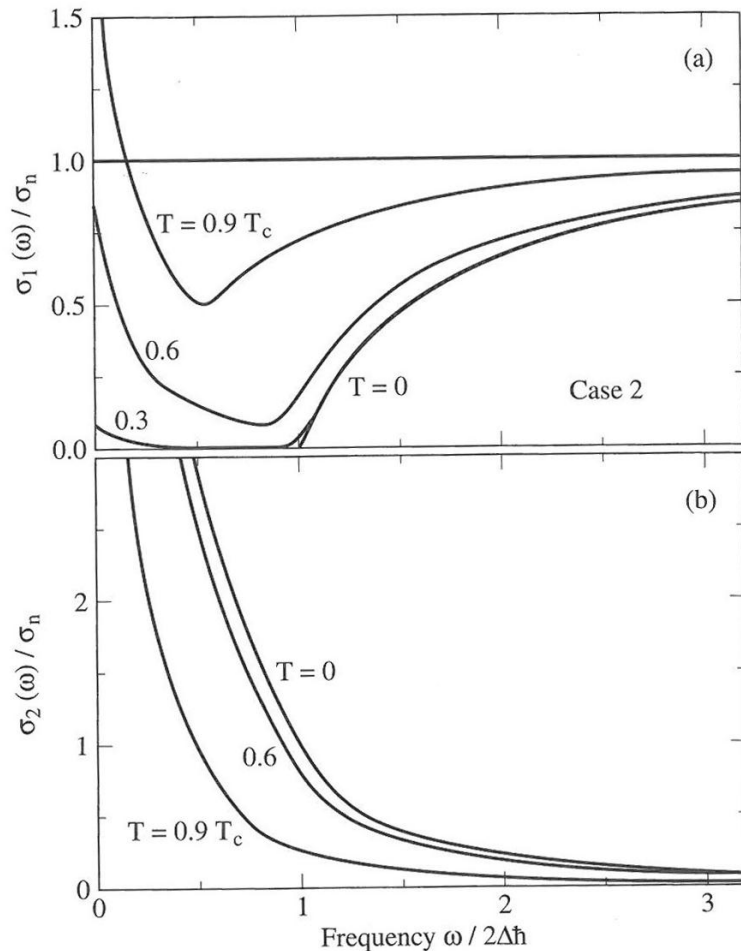
Si on suppose que les supercourants sont confinés sur une épaisseur λ
La réactance carrée est

$$\frac{1}{\sigma_2 \lambda} = \frac{1}{\lambda} \frac{m\omega}{n_s e^2} = \mu_0 \lambda \omega \equiv L_k \omega$$

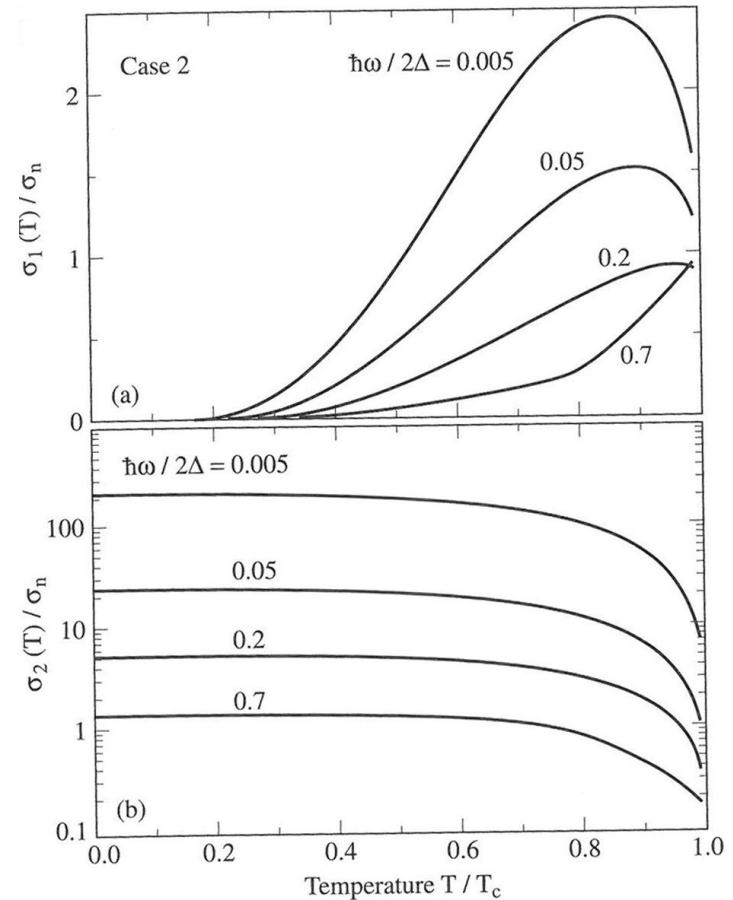
L_k est l'inductance cinétique



Conductivité complexe. Précisions (modèle de Mattis-Bardeen)



Minimum de σ_1 à $h\nu = 2\Delta(T)$



Le maximum de σ_1 est le « pic de cohérence »

Inductance cinétique et MKIDS

L'inductance résulte de l'énergie stockée du fait de l'existence d'un courant

-forme magnétique L_m

-forme liée à l'énergie cinétique des porteurs L_k

-pour un film $L_k \propto \frac{L}{wd}$ (Longueur L ; Largeur w ; Epaisseur d)

-donc pour des microstructures $L_k \gg L_m$

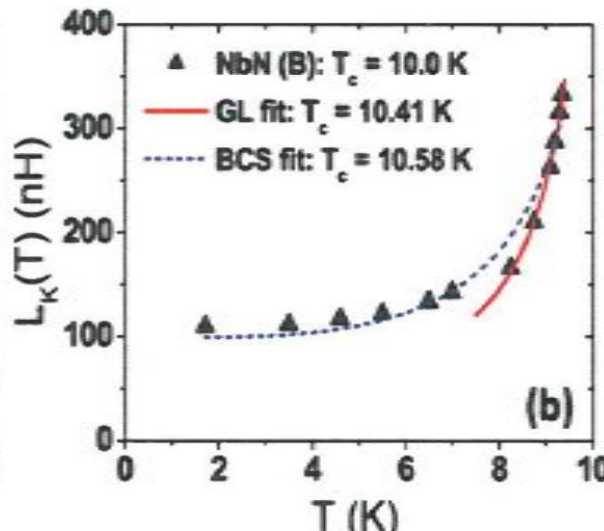
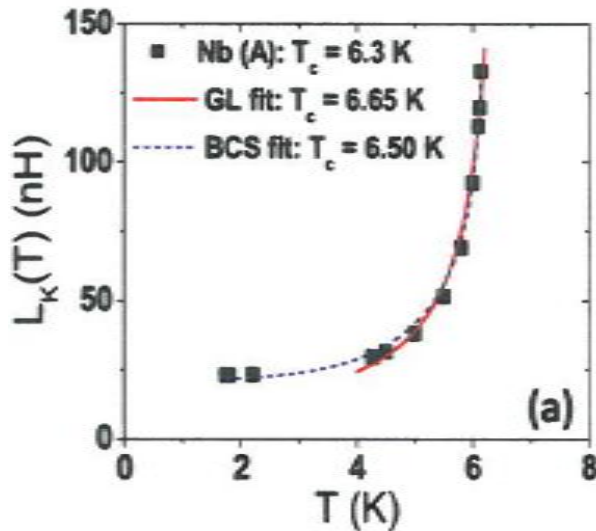
-pour un métal normal $L_k \ll R$ mais pour un supraconducteur L_k domine depuis les basses fréquences jusqu'à quelques dizaines de GHz

$$L_k = \frac{m}{2n_s e^2} \frac{L}{wd}$$

Près de T_c
(Ginsburg-Landau)

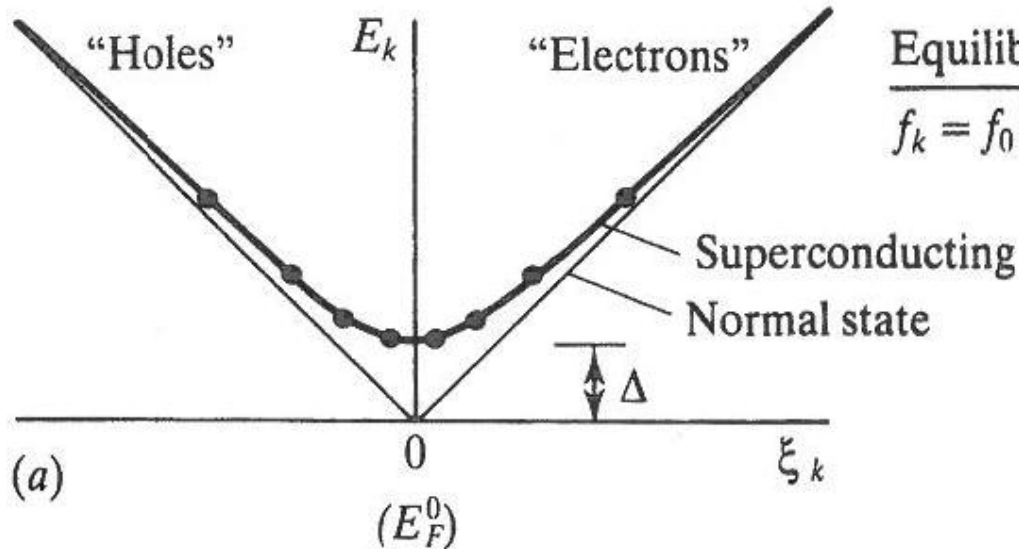
$$L_k(T) = \mu_0 \lambda^2(T) \left(\frac{L}{wd} \right)$$

L_k est donc sensible à toute variation de la densité de paires



Taille(b)
 $2 \times 2 \mu\text{m}^2$

(A.J. Annunziata *et al*)



$$\text{Equilibrium at } T$$

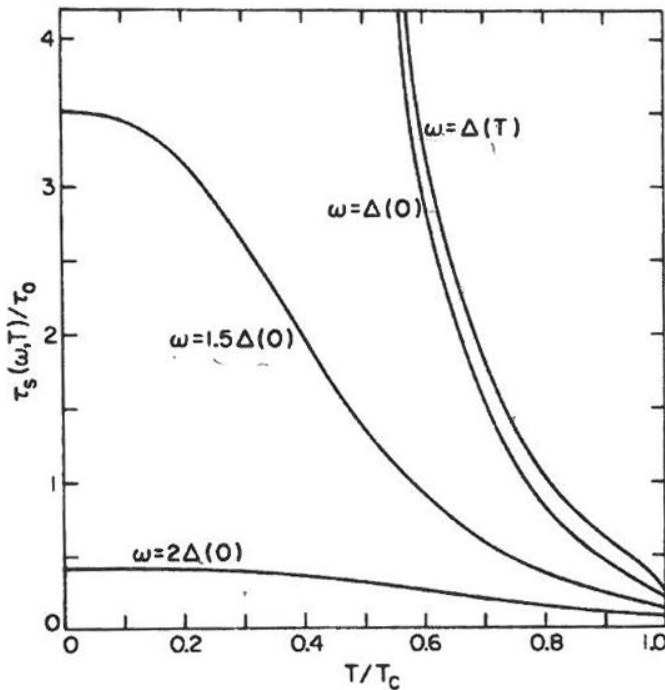
$$f_k = f_0(E_k/T) = \frac{1}{e^{E_k/kT} + 1}$$

La théorie BCS prédit le spectre
Des excitations électroniques
Et la fonction de fermi le taux
D'occupation à T finie

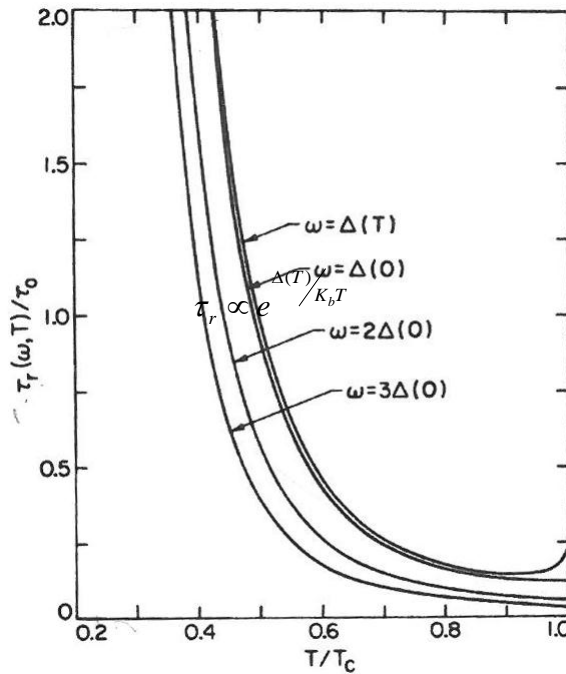
- Le dépôt d'énergie d'une particule $E \gg \Delta$ **crée des quasiparticules** par brisure de paires suivie d'une **relaxation vers l'équilibre**
 - On distingue plusieurs phases dans ce processus
(pour un photoélectron par exemple voir A.G.Kozorezov et al PRB 61 11807(2000))
 - une phase de redistribution de l'énergie entre électrons ($E > \Omega_D$)
 - une phase de relaxation via les phonons de grande énergie ($E > 3\Delta$)
- Ces deux premières phases prennent **moins de la ns dans le Nb ou le Ta**
- La dernière phase fait intervenir deux temps (S.B. Kaplan et al PRB 11 4854 (1976))
- le temps de « scattering » τ_s (collision avec les phonons de basse énergie)
 - le temps de recombinaison en paires de Cooper τ_r
- qui peuvent être très longs (la ms) et jouent un rôle crucial dans les détecteurs**

Relaxation des quasiparticules (très basse énergie)

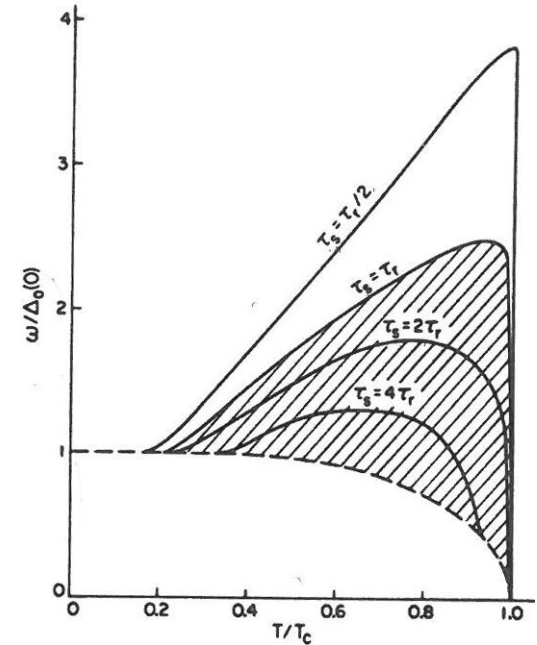
On a des comportements universels en prenant comme **unité de temps** τ_0 caractéristique du matériau supraconducteur. Par exemple:
 Nb ($T_c = 9.2\text{K}$) $\tau_0 = 0.149\text{ ns}$ mais Al ($T_c = 1.19\text{K}$) $\tau_0 = 438\text{ ns}$



τ_s (scattering)



$$\tau_r \propto e^{\Delta(T)/kT}$$



Région $\tau_r < \tau_s$

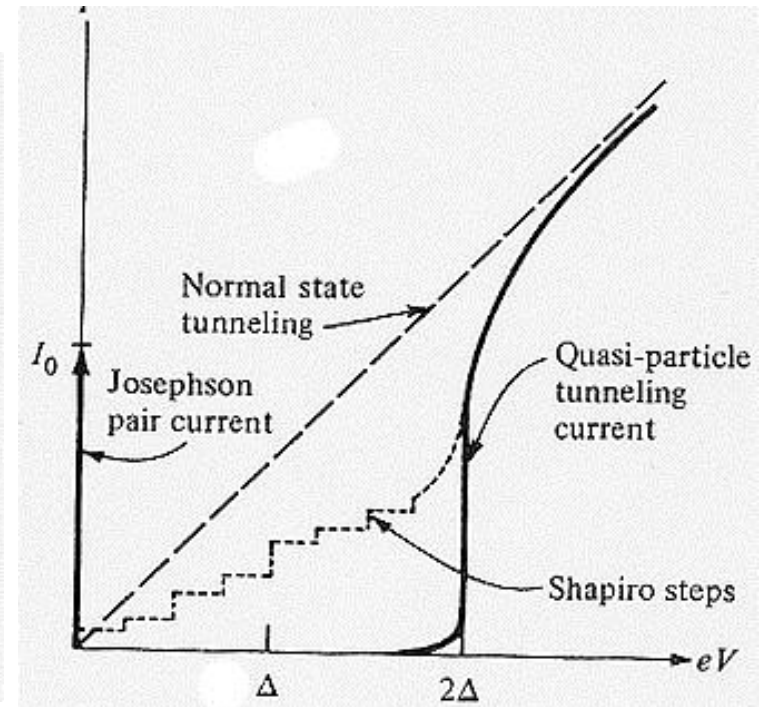
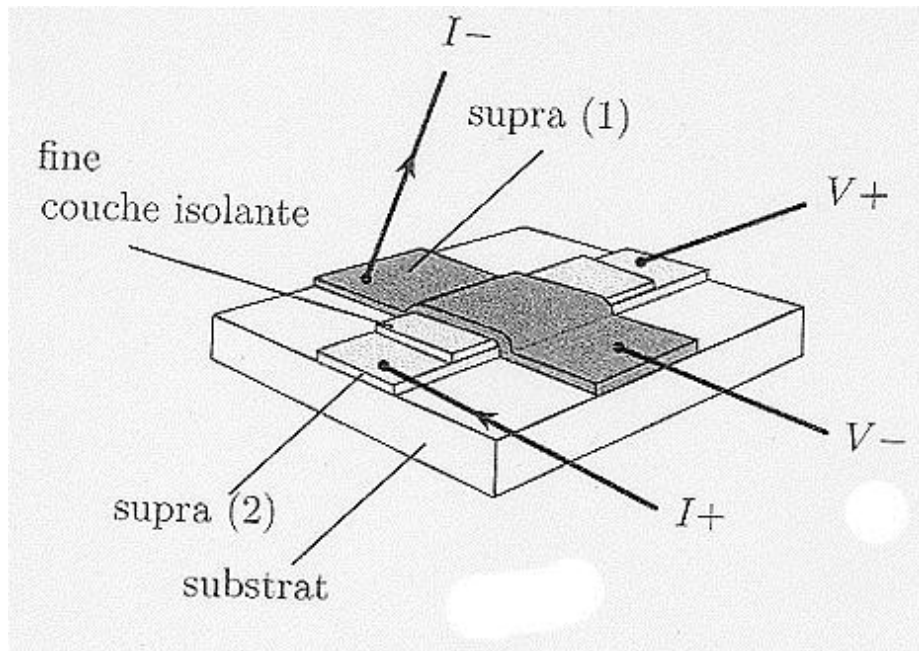
On voit que le temps de recombinaison peut devenir très long à très basse température dans les matériaux à faible couplage e/Phonon (Al, Zn)

III-Cohérence de phase. A-Effet Josephson (1962)

-un supraconducteur est dans un état « quantique macroscopique » décrit par

$$\Psi(r,t) = \Psi(r)e^{i\phi(r,t)}$$

-nous avons vu une première conséquence: la quantification du flux
-considérons à nouveau une jonction tunnel, mais à barrière très faible



Equations de Josephson

-la transmission tunnel de paires est renforcée par la cohérence

-Le courant à travers la jonction s'accompagne d'un saut brutal de la Phase

$$J = J_c \sin(\varphi_1 - \varphi_2)$$

C'est l'effet Josephson continu

J_c dépend de la jonction, de résistance normale R_n et varie comme $1/R_n$
(ordre de grandeur de 1mA à 10 μ A pour $\Delta=1$ meV et R_n de 1 Ω à 100 Ω)

-Si on impose une tension V

$$\frac{d(\varphi_1 - \varphi_2)}{dt} = \frac{2eV}{\hbar}$$

-La jonction est le siège d'un courant alternatif à la fréquence

$$\nu = \frac{2eV}{\hbar} \quad (483 \text{ GH} / \text{mV})$$

C'est l'effet Josephson alternatif

-Intérêt fondamental en métrologie: étalon Volt

Effet du champ magnétique

-signatures de l'effet Josephson

-L'effet d'une irradiation micro-onde: marches de Schapiro

-L'effet du champ magnétique sur J_c

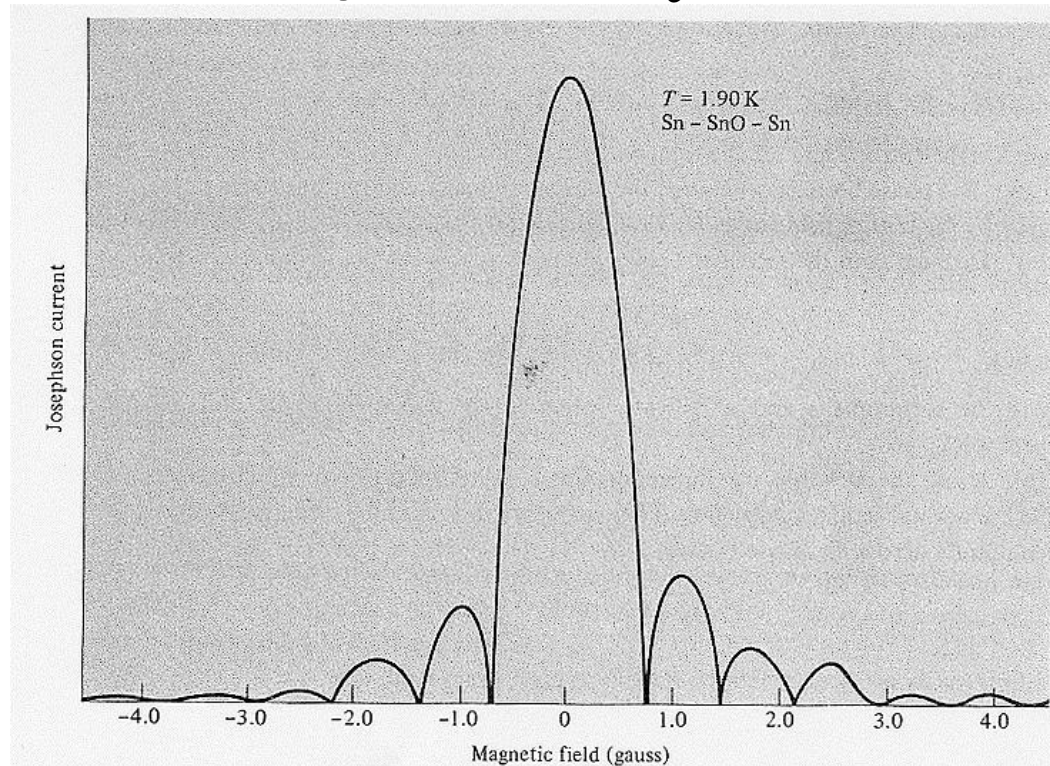


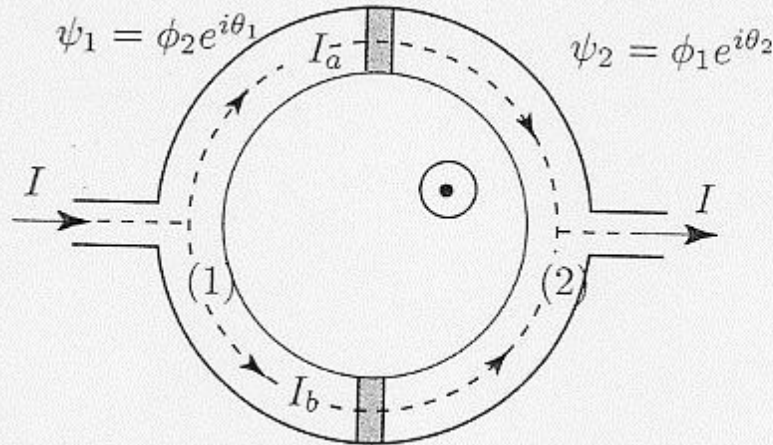
Figure 34.11

Josephson tunneling current as a function of magnetic field in an Sn-SnO-Sn junction. (R. C. Jaklevic, quoted in James E. Mercereau, *Superconductivity*, vol. 1, R. D. Parks, ed., Dekker, New York, 1969, p. 393.)

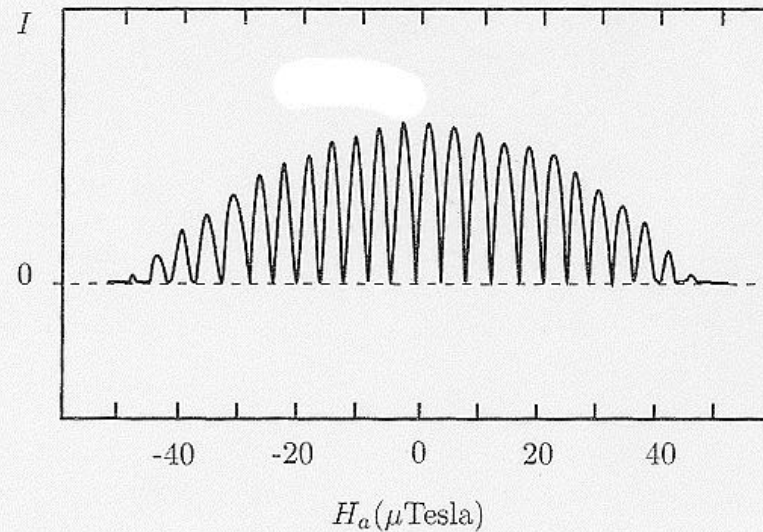
-Rappelle une figure de diffraction

-magnétomètre sensible

B- Le SQUID (Superconducting quantum interference device)



Principe de l'interferomètre utilisant deux jonctions Josephson, à la base du DC-SQUID (qui fonctionne avec un courant continu I).



Courant à travers un interféromètre à deux jonctions Josephson en fonction du champ appliqué. (D'après R.C Jaklevic, J. Lambe, J.E. Mercereau et A.H. Silver, *Phys. Rev.* **140** A, 1628 (1965). Accord © American Physical Society (APS)).

Conclusion

- Sujet toujours très actif au **niveau fondamental**
Ex: Supraconducteurs à haute température critique
Transitions de phases quantiques supra/isolant
- Les applications s'étendent avec les nouvelles facilités cryogéniques et les supraconducteur à haute T_c
- Pour les applications ultimes en détection, **les très basses températures** seront toujours nécessaires

A suivre

- Effet de proximité
- films minces et supraconductivité. Nanostructures.
- fluctuations
- impuretés magnétique: supraconductivité « gapless »
- etc.